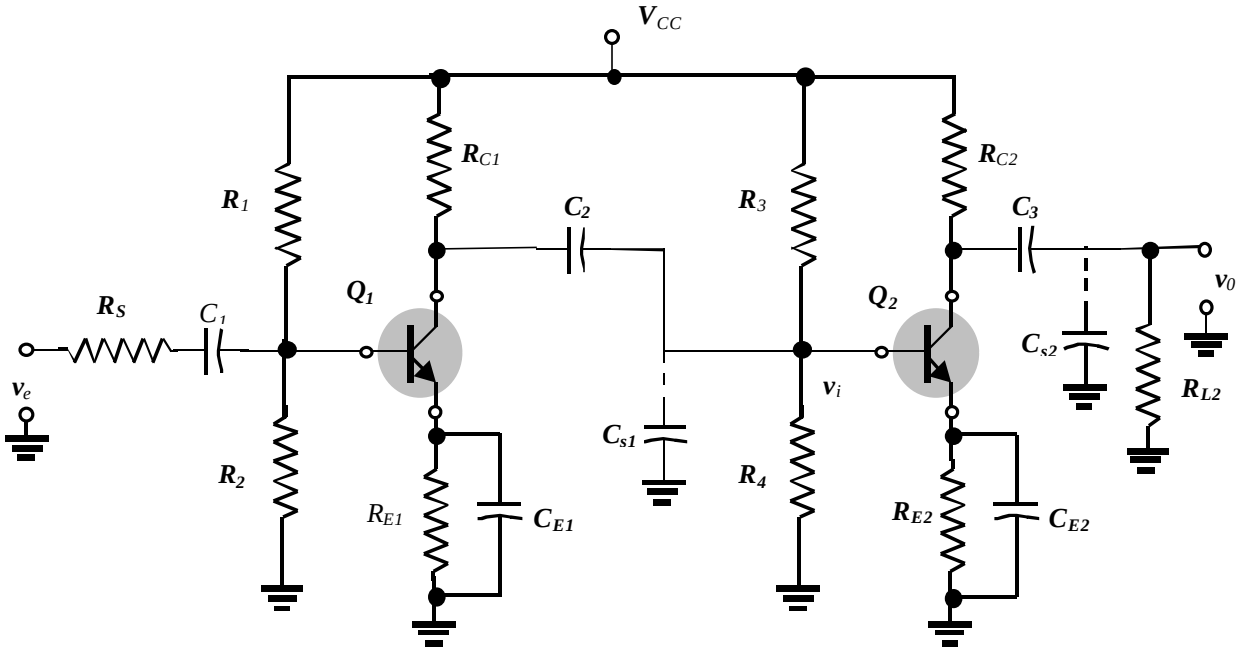
- ***Resposta em freqüência circuito com mais de um transistor.***

A real vantagem da análise pelo ***método das constantes de tempo de valor zero*** *aparece quando analisamos o comportamento em freqüência de circuitos com mais de um estágio e configuração compostas.*

Circuitos como, cascode (emissor comum + base comum) e outras configurações mais complexas com mais de um transistor tornam análise convencional impraticável.

Por exemplo, considere o amplificador composto de dois estágios emissor comum cascateados mostrado na figura abaixo. Os capacitores C_{S1} e C_{S2} representam capacitâncias parasitas do circuito.



Amplificador emissor comum cascateado

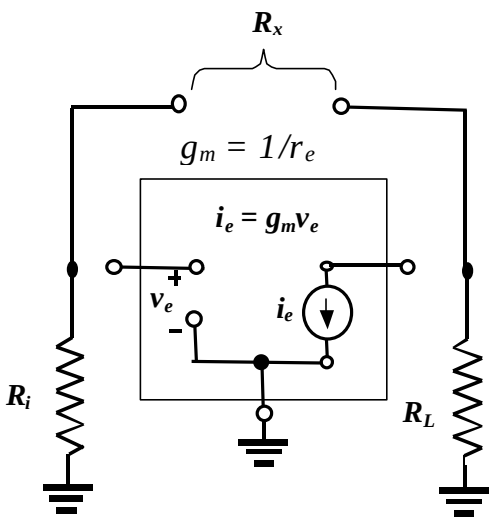
A análise convencional deste cicuito para encontrar o pólo dominante e determinar a frequência –3dB é um trabalho extrememamente árduo, mas análise pelo método das constante de tempo de valor zero é bastante direto como será demonstrado no exemplo adiante. Antes vamos formalizar um resultado encontrado anteriormente.

Como a literatura não citar nada sofre o efeito a ser descrito chamaremos de ***efeito "Trans"*** *para lembrar que este é provocado pela transcondutância (ou transresistência). O elemento transcondutância apresentado terá tres terminais e dependendo da conexão existirá dois efeito que chamaremos de* ***"Trans up" e Trans down.***

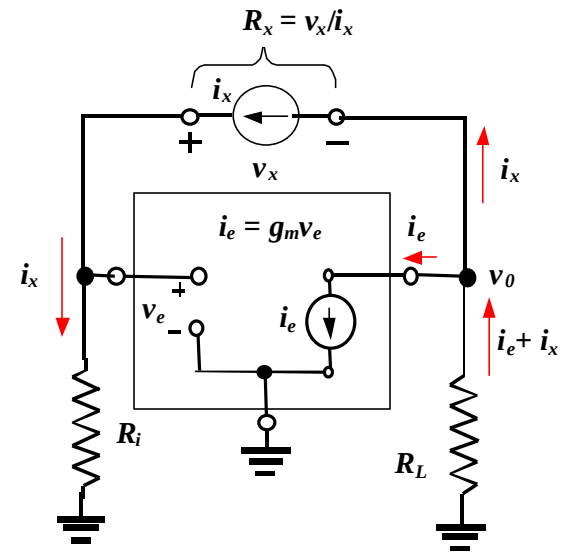
O efeito "Trans up" *aumenta a impedância entre dois terminais aumentando a resistência em um dos terminais (R_i) pelo fator* $\mathbf{1+R_L/r_e}$ *quando existe uma transcondutância, $g_m = 1/r_e$, conectando estes terminais. Estes terminais estão ligados entre a entrada e a saída da transimpedância.*

R_i, representa a impedância no terminal de entrada da trancondutância e R_L , a impedância no terminal de saída.

1)



2)



Efeito "Trans"

1) A transcondutância g_m não está conectada entre os terminais.

Por inspeção temos a resistência entre os terminais é igual à

$$R_x = R_i + R_L$$

Por outro lado, se

2) A transcondutância g_m está conectada entre os terminais

Da figura, temos

$$i_e = g_m v_e = v_e/r_e = R_i\, i_x/r_e$$

$$v_0 = -R_L\,(i_x + i_e) = -R_L\, i_x - R_L R_i\, i_x/r_e$$

$$v_x = v_e - v_0 = R_i\, i_x + R_L\, i_x + R_L R_i\, i_x/r_e$$

Portanto

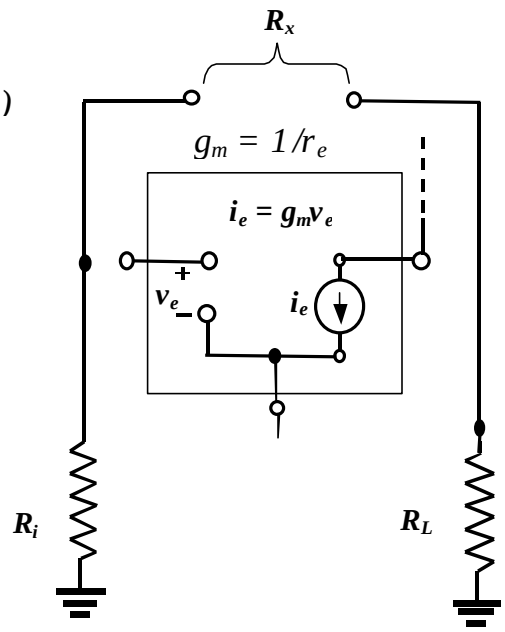
$$R_C = v_x/\, i_x = R_i\,\underbrace{(1+R_L/r_e)}_{\textbf{Fator de aumento}} + R_L$$

O efeito "Trans down" *diminui a impedância entre dois terminais pelo fator* $(1 + R_L/r_e)$ *quando existe uma transcondutância,* $g_m = 1/r_e$, *conectando estes terminais. Estes terminais estão ligados entre as entradas + e - da transimpedância.*

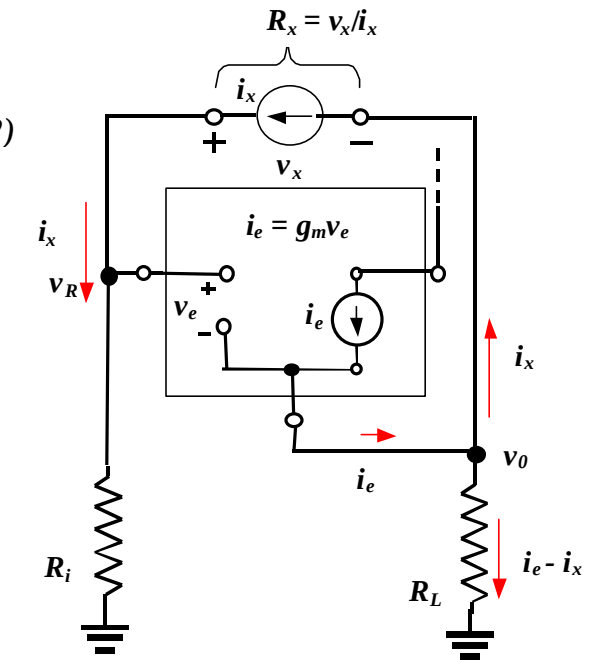
R_i, *representa a impedância no terminal + de entrada da trancondutância e* R_L, *a impedância no terminal - .*

Efeito "Trans"

1)



2)



1) A transcondutância não está conectada entre os terminais.

Por inspeção temos a resistência entre os terminais é igual à

$$R_x = R_i + R_L$$

Por outro lado,

2) A transcondutância está conectada entre os terminais

Da figura, temos

$$i_e = g_m v_e = g_m v_x = v_x/r_e$$

$$v_0 = R_L(i_e - i_x) = R_L v_x/r_e - R_L i_x$$

$$v_x = v_R - v_0 = R_i i_x - R_L v_x/r_e + R_L i_x$$

Portanto

$$R_x = v_x/i_x = (R_i + R_L)/\underbrace{(1 + R_L/r_e)}_{\text{Fator de redução}}$$

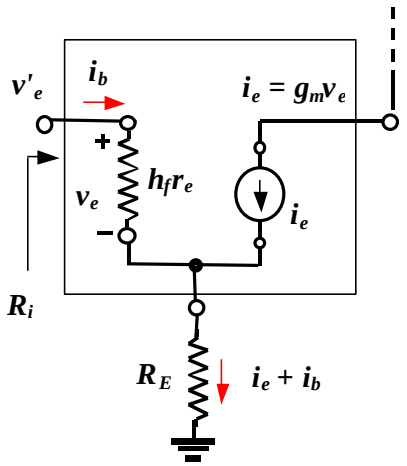
ou

$$R_x = (R_i + R_L)/(1 + g_m R_L)$$

Com o objetivo de aplicarmos o efeito "Trans up" descrito acima também em transcondutância com impedância de entrada e degenerado com uma resistência R_E , faremos o desenvolvimento abaixo de um circuito equivalente para este circuito.

1)

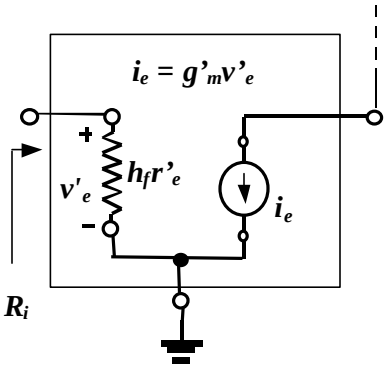
$g_m = 1/r_e$



Equivalente

2)

$g'_m = 1/r'_e$



1) A resistência de entrada determinada. Da figura, temos

$v_e = h_f r_e i_b$ ou $i_b = v_e/h_f r_e = i_e/h_f$

$v'_e = v_e + R_E (i_e + i_b) = h_f r_e i_b + (h_f + 1) R_E i_b$

então

$R_i = v'_e / i_b = h_f r_e + (h_f + 1) R_E$

$\boldsymbol{R_i \gg h_f r_e + h_f R_E = h_f (r_e + R_E)}$

E a transcondutância será agora determinada. Da figura, temos

$v'_e = v_e + R_E (i_e + i_b) = r_e i_e + R_E i_e + R_E i_e/h_f$

logo

$g'_m = 1/r'_e = v'_e/i_e = 1/[r_e + R_E(1 + 1/h_f)]$

$\boldsymbol{g'_m \gg 1/(r_e + R_E)}$

2) Da figura a resistência de entrada é igual

$R_i = h_f r_e + h_f R_E = \boldsymbol{h_f (r_e + R_E) = h_f r'_e}$

Então

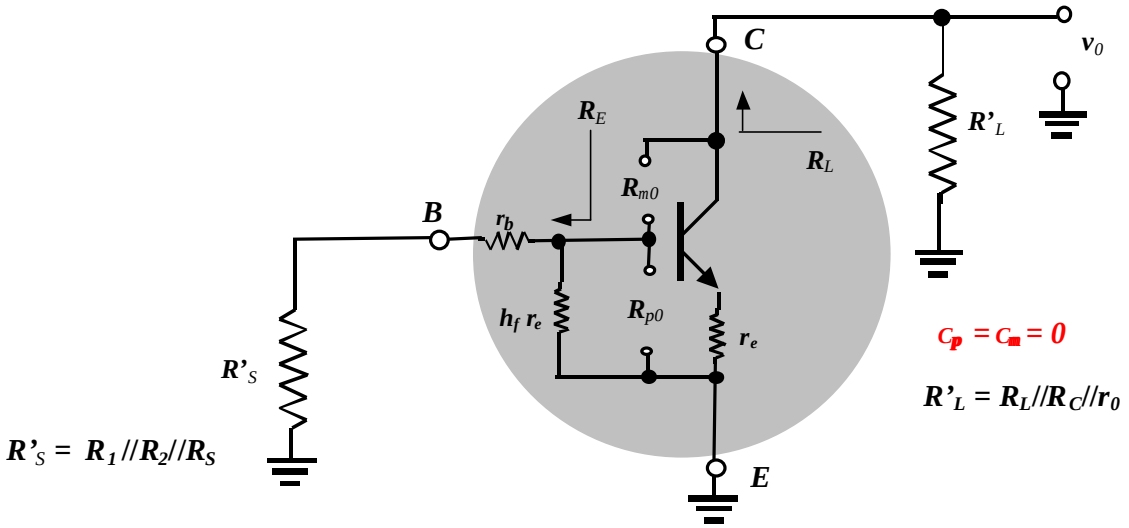
$\boldsymbol{r'_e = r_e + R_E}$

A transcondutância é igual à

$g'_m = \boldsymbol{1/r'_e = 1/(r_e + R_E)}$

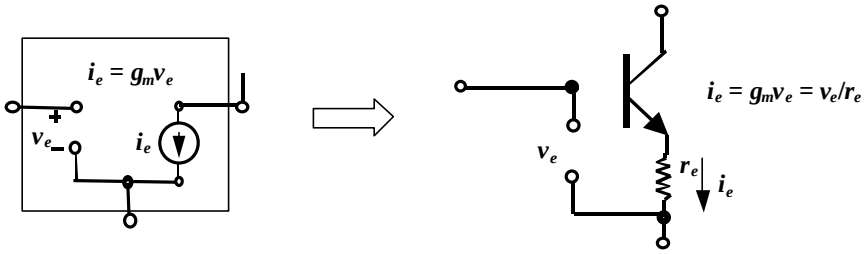
Exemplo 1:

Considere o circuito equivalente do amplificador emissor comum abaixo, já analisado na seção anterior. Vamos encontrar a resistência $\mathbf{R}_{m0}$ *utilizando o efeito Trans up citado acima.*



Circuito equivalente para o cálculo de $\mathbf{R_{p0}}$ ***e*** $\mathbf{R_{m0}}$

Observando que



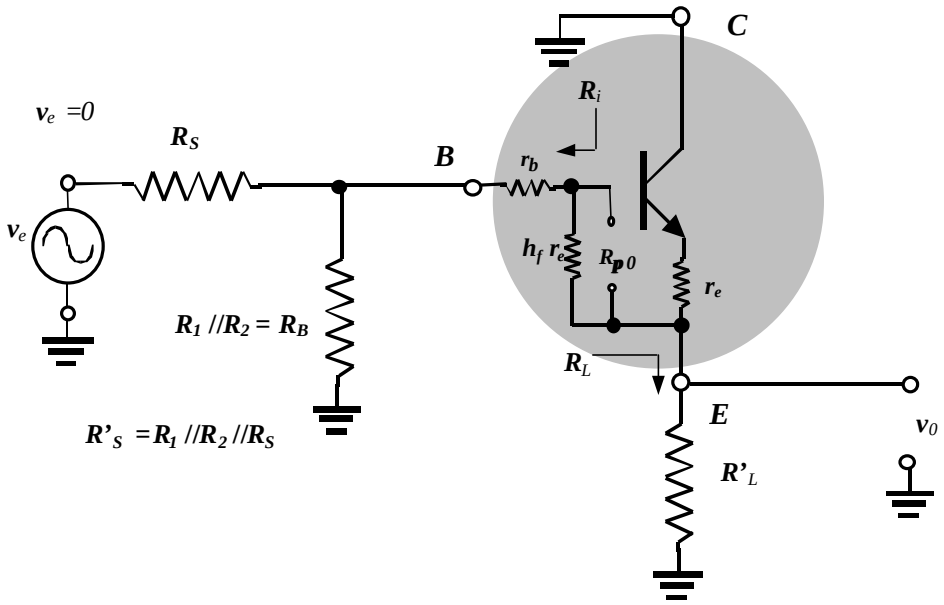
Da figura, temos que a impedância no terminal de entrada + da transcondutância, R_i*, é igual à* $\mathbf{R}_{p0}$*. A impedância no terminal de saída da transcondutância,* R_L*, é igual a* R'_L*. Portanto*

$$R_{m0} = R_i + R_L + R_i R_L/r_e = R_{p0} + R'_L + R_{p0}R'_L/r_e = \mathbf{R_{p0}\,(1 + R'_L/r_e + R'_L/R_{p0})}$$

Que é igual ao resultado obtido na seção anterior.

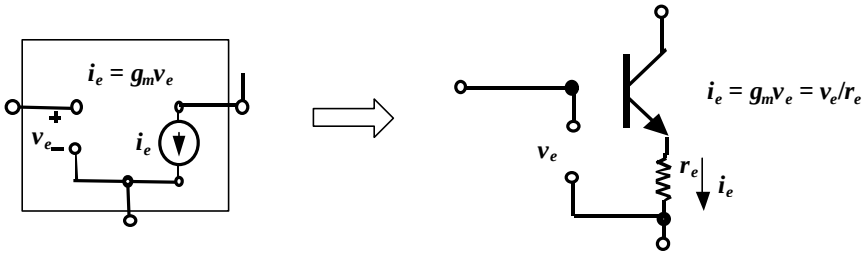
Exemplo 2:

Considere o circuito equivalente do amplificador seguidor de emissor abaixo, já analisado na seção anterior. Vamos encontrar a resistência $\mathbf{R}_{p0}$ *utilizando o efeito Trans down citado acima.*



Circuito equivalente para o cálculo de $\mathbf{R_{p0}}$

Observando que



Da figura, vemos que a impedância R_{p0} *será igual a impedância entre os terminais reduzida pelo efeito Trans down ,* $\mathbf{R_T}$*, em paralelo com* $\mathbf{h_f r_e}$.

A impedância no terminal de entrada + da transcondutância, R_i*, é igual à* $(R_1//R_2//R_S+r_b)=R'_S+r_b$ *. A impedância no terminal entrada - da transcondutância,* R_L *é igual a* R'_L*. Portanto*

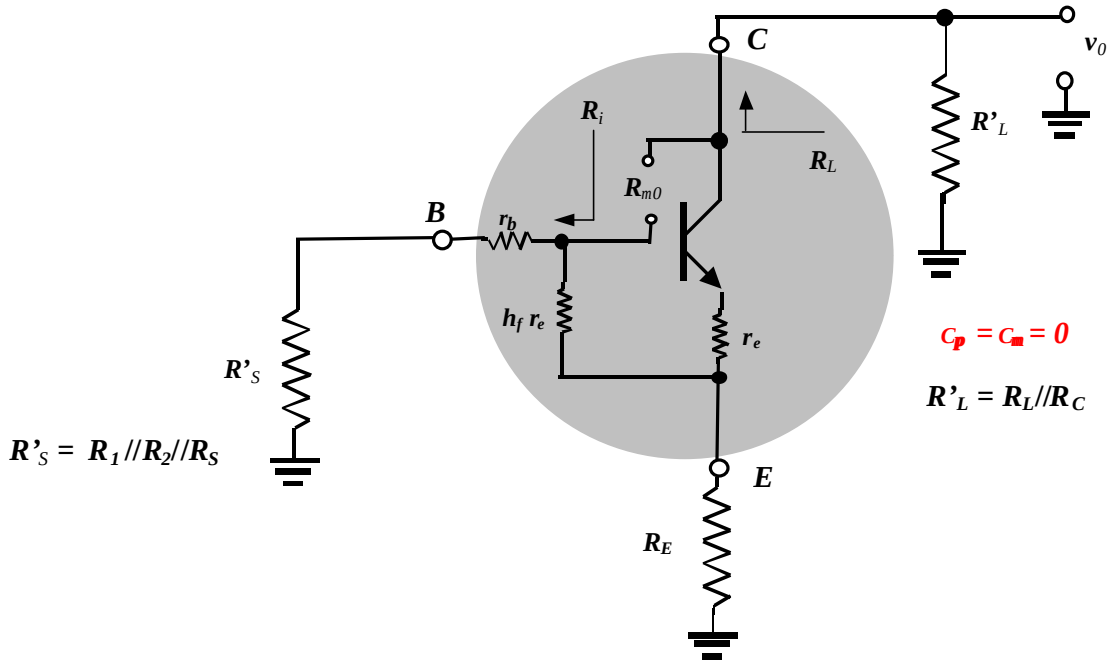
$$R_{m0} = R_T//h_f r_e = [(R_i + R_L)/(1+R_L/r_e)]//h_f r_e = [(R'_S+r_b +R'_L)/(1+R_L/r_e)]//h_f r_e$$

$$R_{m0} = \mathbf{r_e (R'_S +r_b+ R'_L)/[(R'_S +r_b)/h_f +r_e+R'_L]}$$

Que é igual ao resultado obtido na seção anterior.

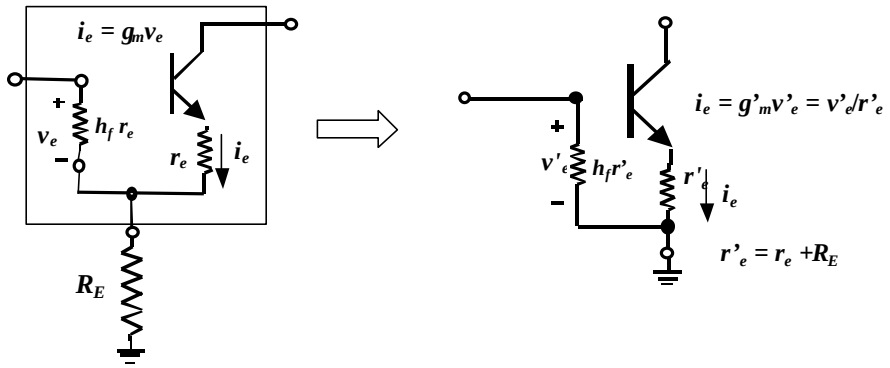
Exemplo 3:

Considere o circuito equivalente do amplificador com emissor degenerado abaixo. Vamos encontrar a resistência R_{m0} *utilizando o efeito Trans up citado acima. (*r_0 *desprezado)*



Circuito equivalente para o cálculo de R_{p0} ***e*** R_{m0}

Observando que



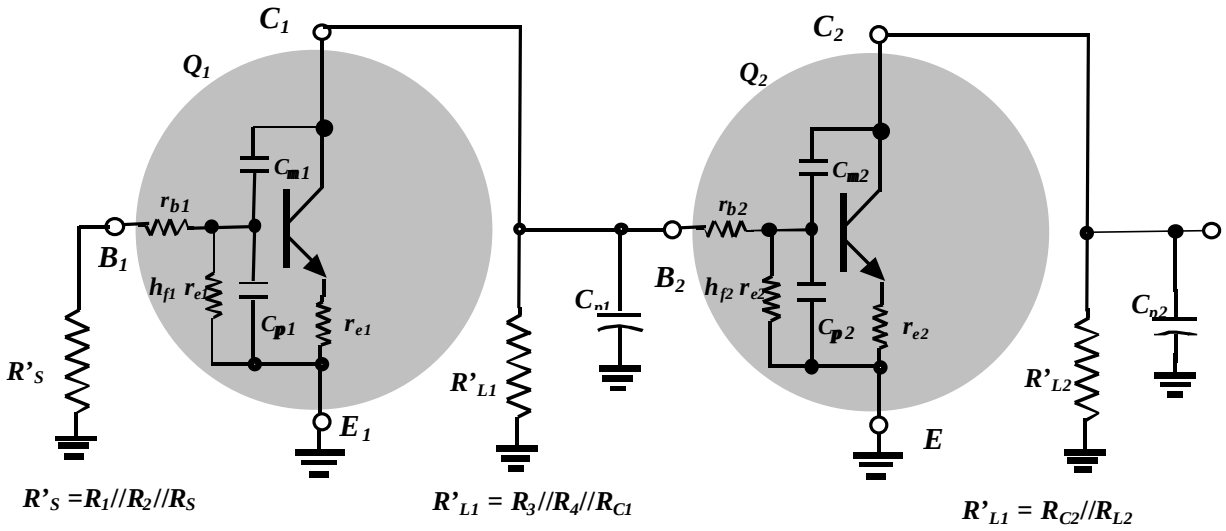
Da figura, temos que a impedância no terminal de entrada + da transcondutância, R_i*, é igual à* $(R'_s + r_b)//h_f r'_e$*. A impedância no terminal de saída da transcondutância,* R_L*, é igual a* R'_L*. Portanto*

$$R_{m0} = R_i + R_L + R_i R_L / r'_e = (R'_s + r_b)//h_f r'_e + R'_L + (R'_s + r_b) R'_L / r'_e$$

$$= \mathbf{(R'_s + r_b)//h_f\,(r_e + R_E) + R'_L + [(R'_s + r_b)//h_f\,(r_e + R_E)]\; R'_L/(r_e + R_E)}$$

Exemplo 4:

A figura abaixo representa o circuito equivante AC para altas frequências do amplificador emissor comum cascateado mostrado no início desta seção. Determine a frequência –3dB deste circuito. Note que a entrada foi aterrada.

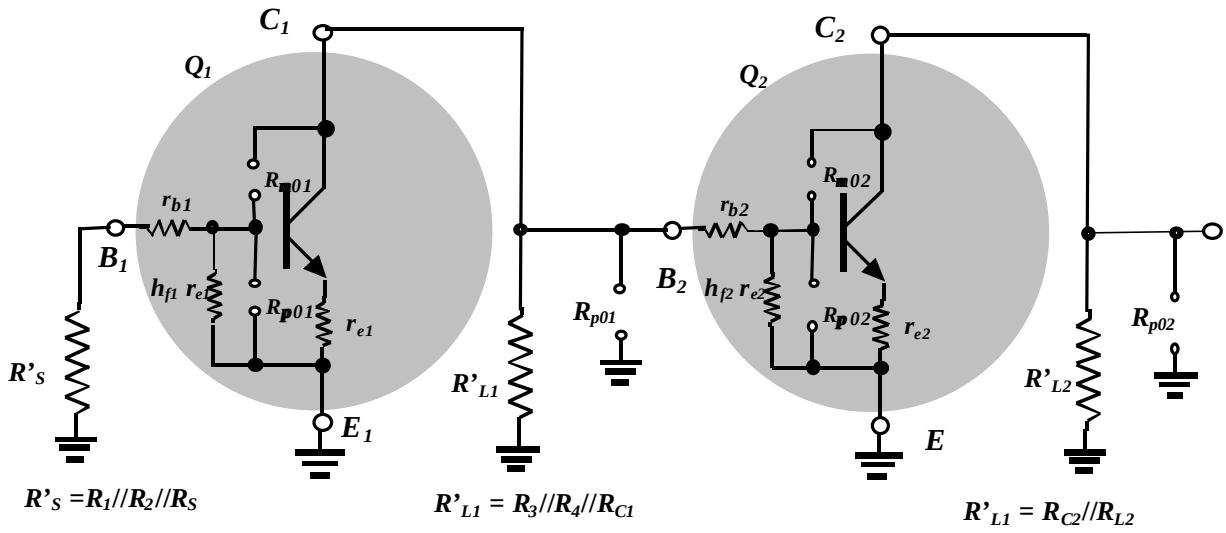


Circuito equivalente AC em altas freqüências

Dados:

$h_{f1} = h_{f2} = 60$	$r_{b1} = r_{b2} = 400W$	$C_{m1} = C_{m2} = 1pF$
$C_{p1} = C_{p2} = 2pF$	$C_{p1} = 5pF$	$C_{p2} = 10pF$
$R'_S = 10kW$	$R'_{L1} = 10kW$	$R'_{L2} = 5kW$
$1/r_{e1} = 3mA/V$	$1/r_{e2} = 6mA/V$	

Para melhor visualização dos resistores a serem determinados redesenhamos o circuito acima com os capacitores retirados e indicando as resistências vista pelos repectivos terminais como mostra a figura abaixo.



Inicialmente vamos determinar as resistências vista pelos capacitores que tem um dos terminais aterrado, que são R_{p01}, R_{p01} , R_{p02}, R_{p02}.

Da figura, temos

R_{p01}= $(R'_S + r_{b1})//h_{f1}\, r_{e1}$ = (10kW +400W)//(60)(1000/3) =10,4kW//20kW » **6,84 kW**

R_{p01} =$R'_{L1}//(r_{b1}+h_{f2}\, r_{e2})$=10kW //[400W+(60)(1000/6)] =10kW//10,4kW » **5,1kW**

R_{p02} =$(R'_{L1} + r_{b2})//h_{f2}\, r_{e2}$ =(10kW +400W)//(60)(1000/6)= 10,4kW//10kW » **5,1kW**

R_{p02} = R'_{L2} =**5kW**

Agora vamos determinar o restante das resistências, que são R_{m01} e R_{m02}. Estas resistências têm os seus valores aumentado pelo efeito da "Tranr up" das transcondutâncias g_{m1} = $1/r_{e1}$ e g_{m2} =$1/r_{e2}$.

Da figura vemos que a resistência vista nos terminais de R_{m01}, são R_{p01} e R_{p01}, portanto

R_{m01} = R_{p01} +R_{p01} + $R_{p01}\, R_{p01}/r_{e1}$

R_{m01} = 6,84 kW +5,1kW +(6,84 kW)(5,1kW)/(1000/3) » **116,66 kW**

E finalmente, da figura vemos que a resistência vista nos terminais de R_{m02}, são R_{p02} e R_{p02}, portanto

R_{m02} = R_{p02} +R_{p02} + $R_{p02}\, R_{p01}/r_{e2}$

R_{m02} = 5,1kW +5kW +(5,1kW)(5kW)/(1000/6) » **163,2 kW**

As constantes de tempo de valor zero podem agora ser determinadas.

$R_{p01}C_{p1}$ = (6,84kW)(5pF) = **34,2ns**

$R_{p01}C_{s1}$ = (5,1kW)(2pF) = **10,2ns**

$R_{p02}C_{p2}$ = (5,1kW)(10pF) = **51ns**

$R_{p02}C_{s2}$ = (5kW)(2pF) =**10ns**

$R_{m01}C_{m1}$ = (116,66kW)()(1pF) = **116,66ns**

$R_{m02}C_{m2}$ = (163,2kW)(1pF) =**163,2ns**

Se nós assumirmos que a função de transferência do circuito possui um pólo dominante, a freqüência –3dB pode ser estimada como

$$f_{-3dB} \text{ » } 1/2p\ b_1 = 1/2p\ \text{å}\ T_0 = \frac{1}{2p\underbrace{(34{,}2ns + 10{,}2ns + 51ns + 10ns + 116{,}66ns + 163{,}2ns)}_{385{,}3ns}} \cong 413kHz$$

Uma simulação computacional usando o programa SLIC forneceu uma freqüência –3dB de ***456kHz*** *, que muito próxima do valor calculado. Este programa releva que este circuito possui 04 (quatro) pólos reais negativos em 463kHz, 4,37MHz, 41,06MHz, e 212MHz. Existe 02 (dois) zeros reais negativos em 478MHz e 955MHz.*

Da simulação se nós somarmos os recíprocos dos módulos do pólos fornece 385,2ns que é exatamente igual a soma das constantes de tempo de valor zero.

A conclusão que chegamos é que a análise acima pelo ***método das constantes de tempo de valor zero*** *foi obtida com o esforço relativamente pequeno. Neste exemplo , como é usualmente o caso em cascatear emissor comum, a capacitância,* **C■,** *é a maior contribuição ao pólo dominante do circuito.*

Uma das maiores vantagens da análise pelo método das constantes de tempo de valor zero é a informação que ela fornece sobre quais elementos do circuito mais afetam a sua freqüência –3dB*.*

Exercício:

Calcule o ganho em médias freqüências e a freqüência –3dB do circuito cascode da figura abaixo usando os seguintes dados:

Dados Q_1

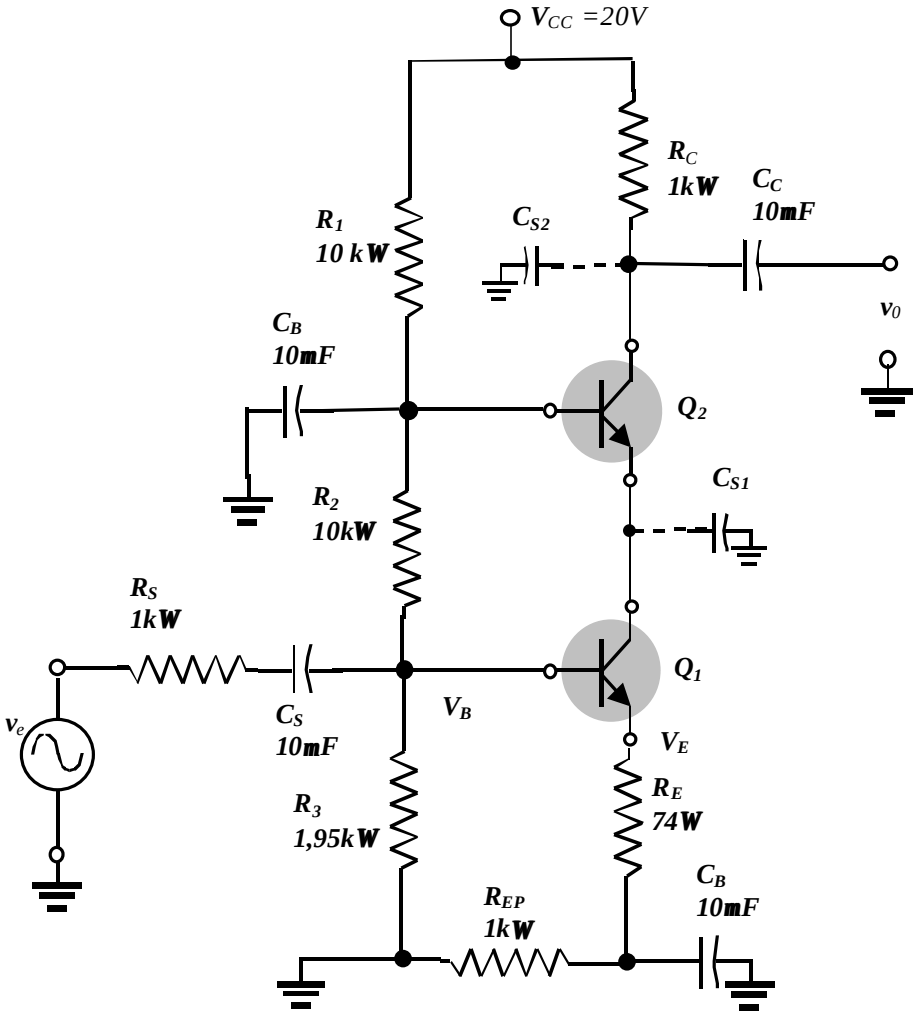
$b_1 = h_{f1} = 200$ $C_{p1} = 13{,}7pF$ $C_{m1} = 0{,}23pF$ $C_{s1} = 0{,}40pF$

$r_{01} = ¥\ W$ $r_{b1} = 200W$

Dados Q_2

$b_2 = h_{f1} = 200$ $C_{p2} = 13{,}7pF$ $C_{m2} = 0{,}20pF$ $C_{s2} = 0{,}35pF$

$r_{02} = ¥\ W$ $r_{b2} = 200W$



Amplificador cascode

1) Análise DC (determinar r_{e1} e r_{e2})

Da figura, temos

$R_1//R_2//R_3 = 20kW//20kW//1{,}95kW \gg 1{,}63kW << (\beta_1+1)(R_E + R_{EP}) = (201)(1{,}074kW)$

$= 215{,}8\ kW$ então

$V_B \gg V_{CC}\ R_3/(R_1+R_2+R_3) = (20V)(1{,}95kW)/(10kW + 10kW + 1{,}95kW) \gg 1{,}77V$

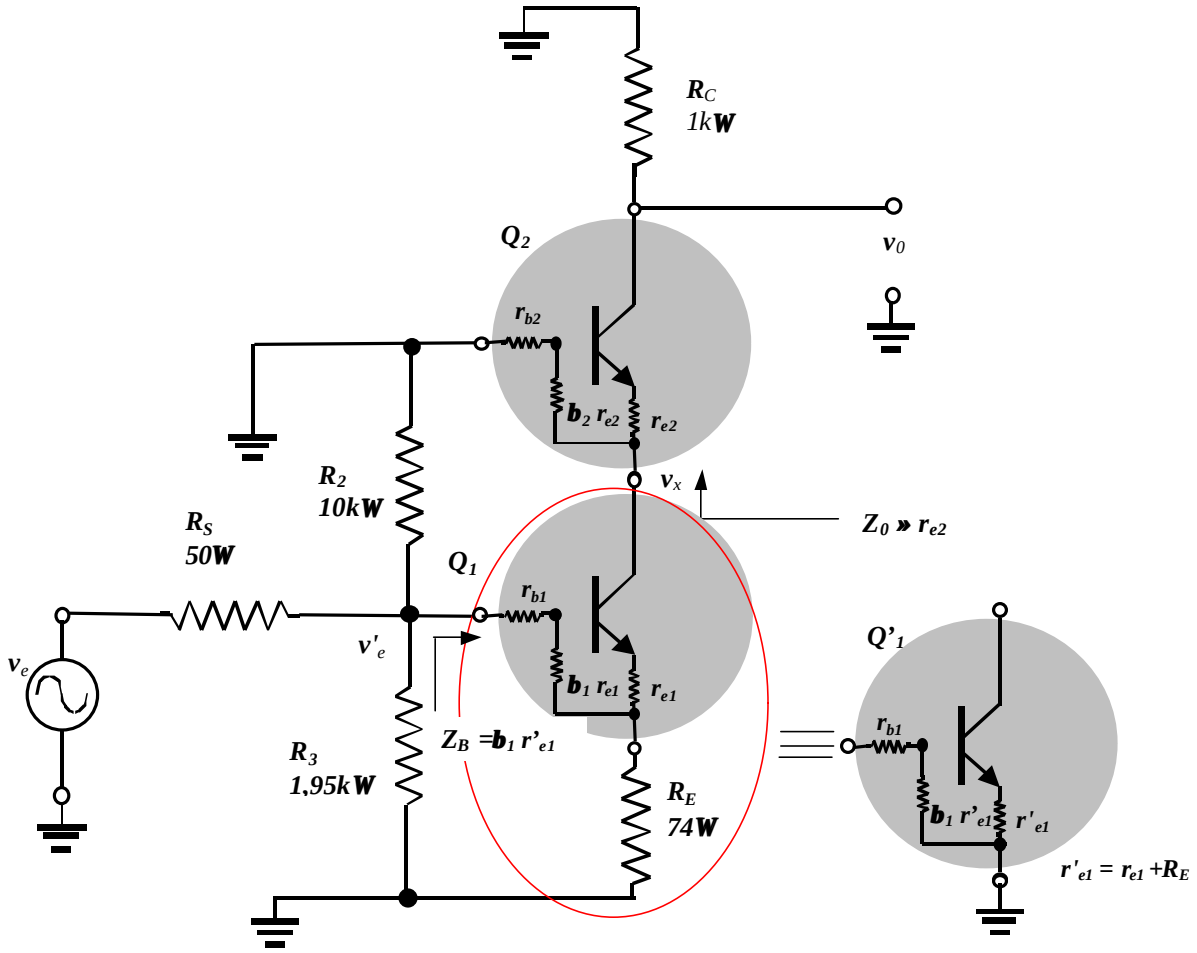
$V_E = V_B - V_{BE} = 1{,}77V - 0{,}7V = 1{,}07V$

$I_{C1} \gg I_{C2} \gg I_{E1} = V_E/(R_E + R_{EP}) = 1{,}07V/(1kW + 74W) \gg$ **1mA**

$r_{e1} \gg r_{e2} = V_T/I_{C2} = 26mV/1mA =$ **26W**

2) Análise AC (ganho A_v em médias freqüências)

A figura abaixo mostra o circuito equivalente para médias freqüências



Circuito equivalente para médias freqüências

Da figura acima, temos

$v_x/v'_e = - Z_0/r'_{e1} \,.\, b_1\, r'_{e1}/(r_{b1} + b_1\, r'_{e1}) \;\gg\; - Z_0/r'_{e1}\,.1$

$v'_e/v_e = \quad R_3//R_2//Z_B\,/(R_3//R_2//Z_B + R_S) \;\gg\; 1$

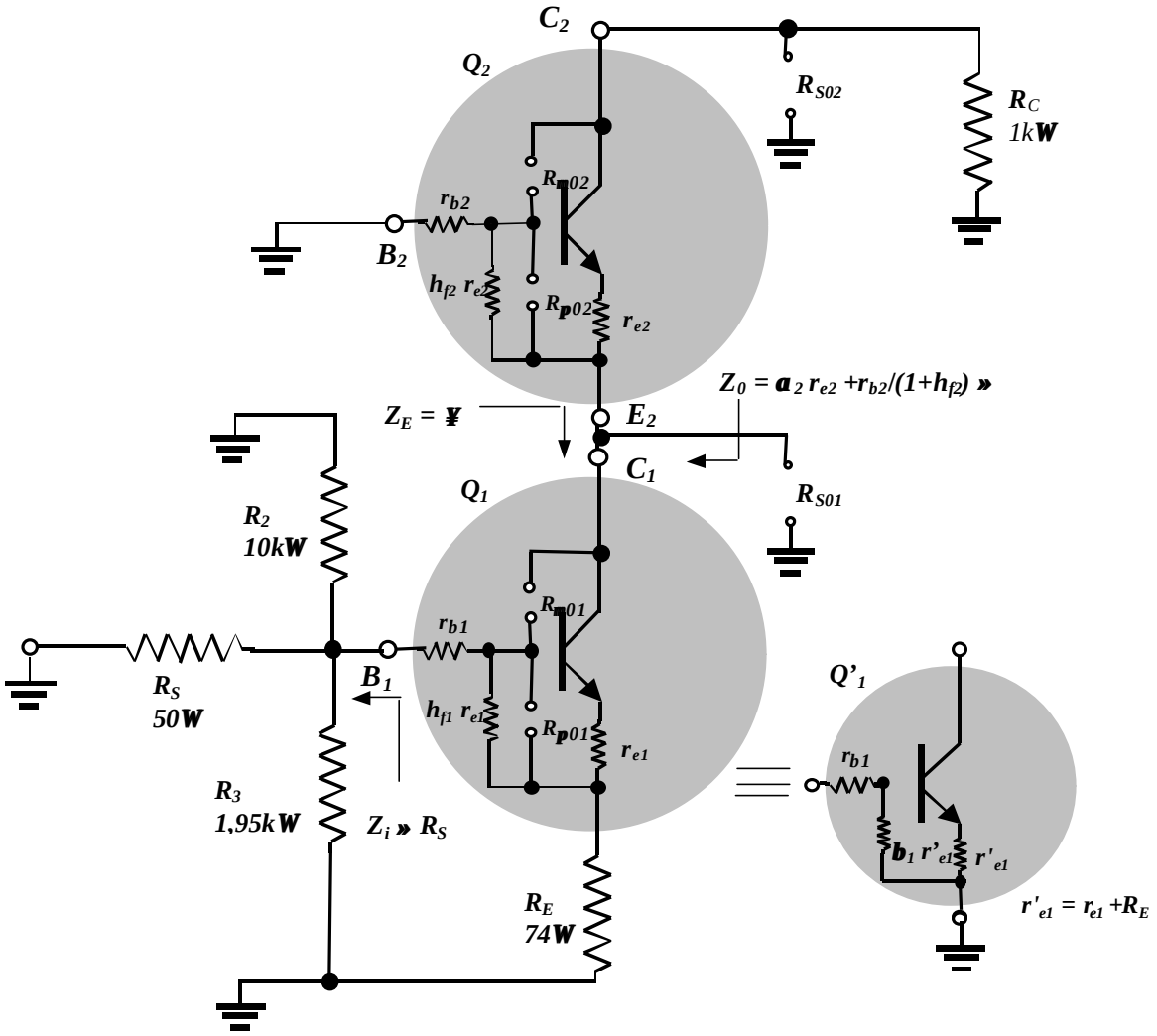
$v_0/v_x = R_C/r_{e2}$ *portanto*

$A_v = v_0/v_e = \quad v'_e/v_e \,.\, v_x/v'_e \,.\, v_0/v_x = - r_{e2}/(r_{e1}+R_E)\; R_C/r_{e2} = - R_C/(r_{e1}+R_E)$

$A_v = -1kW/(26W + 74W) =$ **-10**

3) Freqüência –3dB do circuito.

A figura abaixo mostra o circuito equivalente para altas freqüências do cascode.



Inicialmente vamos determinar as resistências vista pelos capacitores que tem um dos terminais aterrado, que são R_{S01} e R_{S02}.

Da figura , temos

$R_{S01} = Z_0 = a_2 r_e + r_{b2}/(1+h_f) \approx r_{e2} = 26W$

$R_{S02} = R_C = 1kW$

A resistência R_{p01} tem o seu valor reduzido pelo efeito "trans down" devido a transcondutância r_{e1} e está em paralelo com $h_{f1}r_{e1}$. Portanto

$R_{p01} = \{[R_i + R_L]/(1+R_L/r_{e1})\}//h_{f1}r_{e1}$

As resistências nos terminais de R_{p01} são

$R_i = r_{b1} + Z_i \approx r_{b1} + R_S = 200W + 50W = 250W$ e $R_L = R_E = 74W$

Como $h_{f1}r_{e1} = (200)(26W) = 5{,}2kW$ portanto

$R_{p01} = \{[250W + 74W]/(1 + 74W/24W]\}//5{,}2kW \approx 78{,}2W$

A resistência R_{m01} tem o seu valor aumentado pelo efeito "trans up" devido a transcondutância equivalente r'_{e1}. Portanto

$R_{m01} = R_i(1+R_L/r'_{e1}) + R_L$ *onde*

$R_i = (r_{b1} + Z_i)//h_f r'_{e1} \approx (r_{b1} + R_S)//h_f(r_{e1}+R_E) = (250W)//(200)(100W) \approx 247W$

e $R_L = Z_0 \approx r_{e2} = 26W$ *portanto*

$R_{m01} = (247W)(1+26W/(100W) + 26W \approx 337W$

Note que como a resistência de emissor do transistor Q_2 é $Z_E = ¥$, a. Logo

$R_{p02} = (R_i+R_L)/(1+R_L/r_{e2})//h_f r_{e2} = (R_i+Z_E)/(1+Z_E/r_{e2})//h_f r_{e2} = r_{e2}//h_f r_{e2} = r_{e2} = 26W$

Para terminar R_{m02} basta observar que a condutância equivalente r'_{e2} é igual a zero $(1/(r_{e2} + Z_E)$. Logo

$R_{m02} = R_i(1+R_L/r'_{e2}) + R_L = R_i + R_L = r_{b2} + R_C = 200W + 1kW = 1{,}2kW$

A soma das constantes de tempo de valor zero é igual a

$$\sum T_0 = R_{S01}C_{S1} + R_{S02}C_{S2} + R_{p01}C_{p1} + R_{m01}C_{m1} + R_{p02}C_{p2} + R_{m02}C_{m2}$$

$$\sum T_0 = (26W)(0{,}4pF) + (1kW)(0{,}35pF) + (78{,}2W)(13{,}7pF) + (337W)(0{,}23pF) +$$

$$+ (26W)(13{,}7pF) + (1{,}2kW)(0{,}20pF)$$

$$\approx 0{,}001ns + 0{,}35ns + 1{,}07ns + 0{,}07ns + 0{,}35ns + 0{,}2ns \approx \mathbf{2{,}04ns}$$

e finalmente a freqüência –3dB pode ser estimada com

$$f_{-3dB} = 1/2\pi\sum T_0 = 1/2\pi.2{,}04ns \approx \mathbf{159MHz}$$