IE – 718

1 – Relações Fundamentais em um Semicondutor

Em uma barra de material semicondutor com contatos ôhmicos *A* e *B* podemos escrever:

$$\frac{V_A - V_B}{V_T} = \int_A^B \frac{Jn}{q D_n n} dx - \frac{\phi}{V_T} \qquad (1)$$

$$\frac{V_A - V_B}{V_T} = \int_A^B \frac{Jp}{q D_p p} dx - \frac{\phi}{V_T} \qquad (2)$$

Sendo *Va* a tensão externa aplicada entre *A* e *B*, podemos escrever que

$$V_A - V_B = V_a - \phi \qquad (3)$$

Portanto temos que:

$$\frac{Va}{V_T} = \int_A^B \frac{Jn}{q D_n n} dx = \int_A^B \frac{Jp}{q D_p p} dx \qquad (4)$$

Como a relação que define o produto *pn* em qualquer ponto do semicondutor é dada por:

$$\frac{J_n}{q D_n n} - \frac{J_p}{q D_p p} = \frac{d}{dx}\left[\ln\left(\frac{pn}{n_i^{\,2}}\right)\right] \quad (5)$$

Se integrarmos a expressão acima desde o contato ôhmico *A* até um ponto *x* qualquer no semicondutor temos:

$$pn(x) = n_i^{\,2} \exp\left[\int_A^x \frac{J_n}{q D_n n} dx - \int_A^x \frac{J_p}{q D_p p} dx\right] \quad (6)$$

Substituirmos as integrais na expressão acima pelas expressões deduzidas anteriormente, podemos escrever o produto *pn* em qualquer ponto de um semicondutor como:

$$\boxed{pn(x) = n_i^{\,2}(x) \exp\left(\frac{V_a}{V_T}\right) \exp\left[-\int_x^B \frac{J_n}{q D_n n} dx - \int_A^x \frac{J_p}{q D_p p} dx\right]} \quad (7)$$

Este resultado é geral, e pode ser aplicado a qualquer semicondutor.

Um parâmetro importante no estudo dos transistores bipolares é a chamada EFICIÊNCIA DE INJEÇÃO

Por definição, a EFICIÊNCIA DE INJEÇÃO γ é a relação entre a densidade de corrente de elétrons e a densidade de corrente de lacunas, *Jn* e *Jp*.

Multiplicando-se por (pn/n_i^2) os dois lados da equação (5) temos que:

$$\frac{pn}{(n_i)^2}\cdot\left[\frac{J_n}{qD_n n}-\frac{J_p}{qD_p p}\right]=\frac{pn}{(n_i)^2}\cdot\frac{d}{dx}\left[\ln\left(\frac{pn}{n_i^2}\right)\right] \qquad (8)$$

Ou seja

$$\frac{p}{(n_i)^2}\cdot\frac{J_n}{qD_n}-\frac{n}{(n_i)^2}\cdot\frac{J_p}{qD_p}=\frac{d}{dx}\left[\frac{pn}{n_i^2}\right] \qquad (9)$$

Integrando a equação (9) entre dois contatos A e B vem que:

$$\int_A^B \frac{p}{n_i^2}\cdot\frac{J_n}{qD_n}dx-\int_A^B \frac{n}{n_i^2}\cdot\frac{J_p}{qD_p}dx=\left[\frac{pn}{(n_i)^2}\right]_B-\left[\frac{pn}{(n_i)^2}\right]_A=0 \qquad (10)$$

Dessa forma temos:

$$\int_A^B \frac{p}{n_i^{\,2}} \cdot \frac{J_n}{q\,D_n}\,dx = \int_A^B \frac{n}{n_i^{\,2}} \cdot \frac{J_p}{q\,D_p}\,dx$$

Se desprezarmos a recombinação, as densidades de corrente *Jn* e *Jp* são constantes e podemos escrever:

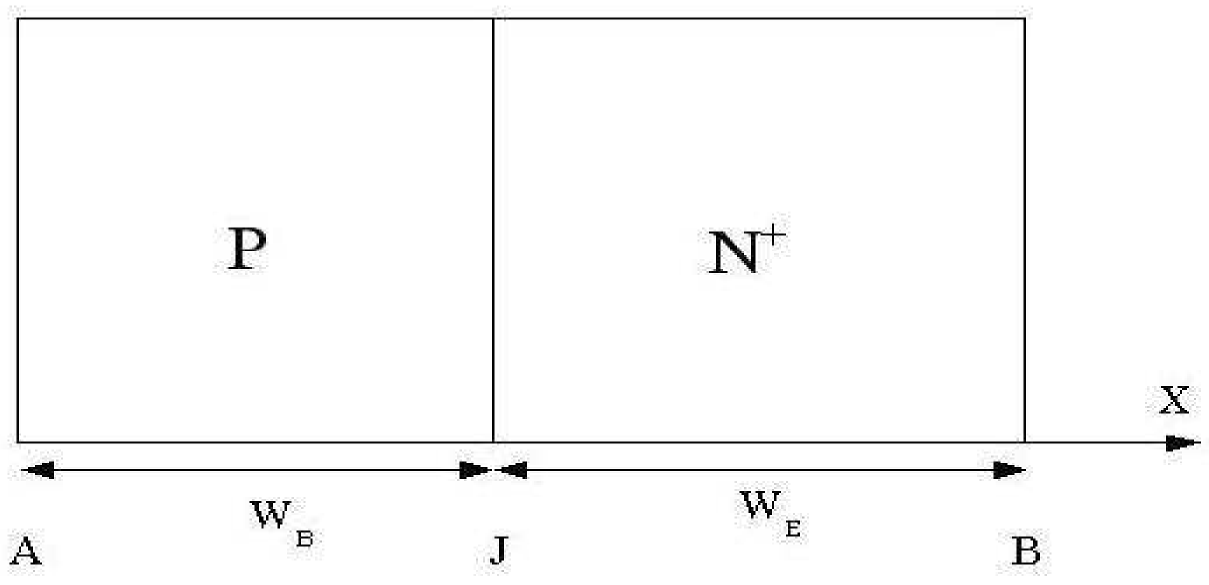
$$\boxed{\gamma = \frac{J_n}{J_p} = \frac{\displaystyle\int_A^B \frac{n}{D_p\,n_i^{\,2}}\,dx}{\displaystyle\int_A^B \frac{p}{D_n\,n_i^{\,2}}\,dx}} \qquad (11)$$

Esta relação é uma das mais importantes no projeto de um transistor bipolar, sendo responsável pelo ganho intrínseco do dispositivo.

APLICAÇÃO NA JUNÇÃO PN

Para nossas análises, vamos considerar uma junção *PN* com características similares à de uma junção Base-Emissor de um transistor bipolar *NPN*.

- Região *N*+ do emissor é muito mais dopada do que a região *P* da base.



W_B = Largura da base

W_E = Largura do emissor

N_a, N_d = Dopagens das regiões P e N^+

Antes de aplicar a relação calculada para a eficiência de injeção, podemos fazer algumas simplificações:

$$\int_A^B \frac{n}{D_p n_i^{\mathbf{2}}} dx = \int_J^B \frac{n}{D_p n_i^{\mathbf{2}}} dx \simeq \int_J^B \frac{N_D}{D_p n_i^{\mathbf{2}}} dx \simeq \frac{Q_E}{q D_{pE} n_i^{\mathbf{2}}} \qquad (12)$$

Onde Q_E é a carga de átomos doadores na região N^+, e o valor de:

$$D_{pE} n_i^{\mathbf{2}}$$

Deve ser o valor MÉDIO do produto da constante de difusão das lacunas pelo quadrado da concentração intrínseca dentro da região N^+, que pode ser calculado como:

$$D_{pE} n_i^{\mathbf{2}} = \frac{\int_J^B N_D \, dx}{\int_J^B \frac{N_D}{D_p n_i^{\mathbf{2}}} dx} \qquad (13)$$

Podemos escrever que:

$$\int_A^B \frac{p}{D_n n_i^{\mathbf{2}}} dx = \int_A^J \frac{p}{D_n n_i^{\mathbf{2}}} dx + \int_J^B \frac{p}{D_n n_i^{\mathbf{2}}} dx \qquad (14)$$

Esta equação é, muitas vezes, apresentada em função da **cargas** acumuladas em cada região, ou seja:

$$\int_A^B \frac{p}{D_n n_i^{\mathbf{2}}} dx = \frac{Q_B}{q D_{nB} n_{iB}^{\mathbf{2}}} + \frac{Q_{SB}}{q D_{nB} n_{iB}^{\mathbf{2}}} + \frac{Q_{SE}}{q D_{nE} n_{iE}^{\mathbf{2}}} \qquad (15)$$

Onde:

Q_B = Carga de átomos aceitadores que dopam a região P
Q_{SB} = Carga de elétrons excedentes armazenados na base
Q_{SE} = Carga de lacunas excedentes armazenadas no emissor

Usando as equações (11), (14) e (15), podemos calcular a **Eficiência de Injeção** como sendo:

$$\gamma = \frac{J_n}{J_p} = \frac{\gamma_0}{1 + \frac{Q_{SB}}{Q_B} + \frac{D_{NB} n_{iB}^{\mathbf{2}}}{D_{NE} n_{iE}^{\mathbf{2}}} \cdot \frac{Q_{SE}}{Q_B}} \qquad (16)$$

Onde

$$\gamma_0 = \frac{D_{NB} n_{iB}^{\mathbf{2}}}{D_{NE} n_{iE}^{\mathbf{2}}} \cdot \frac{Q_E}{Q_B} \qquad (17)$$

Se a estrutura está conduzindo correntes de pequenos valores, o valor das cargas QSB e QSE são muito inferiores ao valor QB.

Podemos concluir, portanto, que em baixos níveis de corrente, podemos aproximar:

$$\gamma \simeq \gamma_0$$

γ_0 É chamada de eficiência de injeção de baixos níveis.

É possível observar que:

- ✔ Quanto maior a dopagem do emissor (Q_E), maior é a Eficiência de Injeção a baixos níveis de corrente;

- ✔ Quanto menor a dopagem da base (Q_B), maior é a Eficiência de Injeção a baixos níveis de corrente.

O aumento do valor da carga Q_E no emissor não resulta sempre em um aumento linear da Eficiência de Injeção, pois o aumento excessivo da dopagem no emissor pode levar à ocorrência do fenômeno de degenerescência (mudança da largura da banda proibida), fazendo com que γ_0 diminua. Este fenômeno será estudado mais tarde, Para estudarmos a variação da Eficiência de Injeção em função das correntes que atravessam a junção PN, devemos estudar as variações de Q_{SE} e Q_{SB}.

A carga armazenada no emissor é dada por:

$$\boxed{Q_{SE} = \tau_E \cdot J_P} \tag{18}$$

Onde τ_E é o tempo de trânsito dentro de emissor.

Se o nível de corrente no emissor é baixo, o valor de τ_E é uma função direta do perfil de dopagem. Se o perfil de dopagem é uniforme, o valor de τ_E é dado por:

$$\tau_E = \frac{(W_E)^2}{2 D_{pE}} \tag{19}$$

o que resulta em um valor relativamente pequeno, e portanto **o valor de Q_{SE} pode ser, nestas condições, desprezado**.

No entanto, se o perfil de dopagem do emissor é do tipo Erfc (Função Erro Complementar) ou gaussiano, aparece um campo elétrico retardador importante

$$\vec{E} = -\frac{V_T}{N_D} \cdot \frac{dN_D}{dx} \tag{20}$$

e o valor de τ_E pode ser suficientemente alto para que a carga Q_{SE} passe a desempenhar um papel importante.

Devemos notar, entretanto, que a degenerescência, fenômeno que pode aparecer devido à forte dopagem no emissor, contraria a influência deste campo. Pode-se mostrar que o campo total que aparece na região N^{+} é dado por:

$$\vec{E} = -\frac{V_T}{N_D} \cdot \frac{dN_D}{dx} + \frac{V_T}{N_C} \cdot \frac{dN_C}{dx} \tag{21}$$

onde NC é a densidade de estado na banda de condução.

Mostramos abaixo uma tabela onde foram calculados (através de simulação numérica) os valores de τ_E para um emissor dopado com $C_s = 1.10^{21}$ atm . cm^{-3} com profundidade de junção igual a 3 μm.

	Tipo de Perfil	Uniforme	Exponencial	Gaussiano
Tempo de Trânsito no Emissor	Sem Degenerescência	0,37 ns	10 ns	450 ns
	Com Degenerescência	0,37 ns	1,7 ns	14 ns

Concluímos que a DEGENERESCÊNCIA NO EMISSOR desempenha um papel fundamental para perfis de dopagens normalmente encontrados em transistores "reais".

Analogamente, para a região *P* (que será a base no transistor bipolar), podemos escrever:

$$\boxed{Q_{SB} = \tau_B \cdot J_n} \tag{22}$$

Onde τ_B é o tempo de trânsito dos elétrons dentro da base.

É possível calcular analiticamente os valores de τ_B:

- para níveis muito baixos de corrente;
- para níveis muito altos de corrente.

Quando os níveis de corrente são muito baixos, dentro da base podemos aproximar n(x) << p(x), e integrando a expressão (9), repetida abaixo:

$$\frac{p}{(n_i)^2} \cdot \frac{J_n}{q D_n} - \frac{n}{(n_i)^2} \cdot \frac{J_p}{q D_p} = \frac{d}{dx}\left[\frac{pn}{n_i^2}\right] \tag{9}$$

podemos escrever os portadores minoritários como sendo:

$$n(x) = \frac{J_n}{q D_n} \cdot \frac{\displaystyle\int_A^x \frac{N_A(x)}{n_i^2} dx}{\dfrac{N_A(x)}{n_i^2}} \tag{23}$$

onde $N_A(x)$ é a concentração dos átomos doadores na região *P* (base).

Dessa forma, usando a definição do tempo de trânsito na base como sendo a relação Q_{SB}/J_n, e lembrando que Q_{SB} pode ser calculado com a integral de n(x) dentro da base, temos:

$$\tau_B = \int_A^J \frac{1}{D_n} \cdot \frac{\int_A^x \frac{N_A(x)}{n_i^2} dx}{\frac{N_A(x)}{n_i^2}} \tag{24}$$

Para o caso de uma região de base uniformemente dopada (caso que é raramente encontrado em um transistor bipolar), temos o resultado clássico:

$$\tau_B = \frac{(W_B)^2}{2 D_{nB}} \tag{25}$$

Para uma região de base com dopagem exponencial (caso que também não ocorre na prática, porém é fácil de resolver de forma analítica), para um perfil dado por:

$$N_A(x) = N_{AJ} \cdot e^{+\eta\left(\frac{x - W_B}{W_B}\right)} \tag{26}$$

Onde η é dado por $\eta = \ln \frac{N_{AJ}}{N_{AA}}$

e admitindo que *ni(x)* é independente de *x*, obtemos:

$$\tau_B = \frac{(W_B)^2}{D_{nB}} \cdot \frac{\mathrm{e}^{-\eta} + \eta - 1}{\eta^2} \tag{27}$$

Para níveis de corrente muito altos, onde seja válida a aproximação n ≈ p na região da base, podemos dizer que Jn >> Jp e, a partir da expressão (9), é possível mostrar que:

$$\tau_B \simeq \int_A^J \left[\frac{(n_i)}{2} \int_A^x \frac{dx}{D_{nB}\, n_i}\right] dx \qquad (28)$$

Se o valor de n_i é independente de x, o tempo de trânsito na base pode ser calculado, para qualquer perfil de dopagem, como sendo:

$$\tau_B = \frac{(W_B)^2}{4\, D_{nB}} \qquad (29)$$

Os valores de τ_B para situações entre estes dois casos extremos não é possível de ser calculado analiticamente.

É comum usarmos o valor dado na expressão (29) para calcular o tempo de trânsito na base, uma vez que esta é uma situação de pior caso.

É importante notar que o valor de τ_B aumenta com o **quadrado da largura de base**, ou seja, é muito importante controlarmos W_B no processo de fabricação para evitarmos uma variação excessiva na resposta em freqüência do transistor.

A característica *corrente x tensão* também pode ser também calculada a partir da expressão (9).

Integrando a expressão (9) dentro da região do emissor (entre a junção J e o contato B) temos:

$$-\int_J^B \frac{p\,J_n}{q\,D_n\,n_i^{2}}\,dx+\int_J^B \frac{n\,J_p}{q\,D_n\,n_i^{2}}\,dx=\left[\frac{pn}{(n_i)^2}\right]_J-1\approx\left[\frac{pn}{(n_i)^2}\right]_J \qquad (30)$$

Usando as expressões (11), (12) e (15) podemos concluir que:

$$-\int_J^B \frac{p\,J_n}{q\,D_n\,n_i^{2}}\,dx\approx\int_J^B \frac{n\,J_p}{q\,D_n\,n_i^{2}}\,dx\;\frac{\dfrac{Q_{SE}}{D_{nE}\,n_{iE^2}}}{\dfrac{Q_B+Q_{SB}}{D_{nB}\,n_{i^2}}+\dfrac{Q_{SE}}{D_{nE4}\,n_i^{2}}} \qquad (31)$$

Usando as expressões (31), podemos reescrever a equação (30):

$$J_p=\frac{q^2\,D_{pE}\,n_{iE}^{2}}{Q_E}\cdot\left[\frac{pn}{(n_i)^2}\right]_J\left[1+\frac{D_{nB}\,n_{iB}^{2}}{D_{nE1}\,n_{iE}^{2}}\cdot\frac{Q_{SE}}{Q_B+Q_{SB}}\right] \qquad (32)$$

De forma análoga, podemos escrever a corrente de elétrons como:

$$J_n=\frac{q^2\,D_{nB}\,n_{iB}^{2}}{Q_B}+Q_{SB}\cdot\left[\frac{pn}{(n_i)^2}\right]_J \qquad (33)$$

Com o valor de (pn/n_i^2) dado pela expressão (7), aqui repetida

$$pn(x) = n_i^{\,2}(x)\,\exp\left(\frac{V_a}{V_T}\right)\exp\left[-\int_x^B \frac{J_n}{q D_n n}dx - \int_A^x \frac{J_p}{q D_p p}dx\right]$$

desprezando as quedas de tensão internas ao semicondutor e aplicando a aproximação de Boltzman,

$$pn(x) \simeq n_i^{\,2}(x)\,\exp\left(\frac{V_a}{V_T}\right) \qquad (34)$$

podemos escrever *Jn* e *Jp* como:

$$\boxed{J_p = \frac{q^2 D_{pE} n_{iE}^{\,2}}{Q_E}\left[1 + \frac{D_{nB} n_{iB}^{\,2}}{D_{nE} n_{iE}^{\,2}} \cdot \frac{Q_{SE}}{Q_B + Q_{SB}}\right]\exp\left(\frac{V_a}{V_T}\right)} \qquad (35)$$

$$\boxed{J_n = \frac{q^2 D_{nB} n_{iB}^{\,2}}{Q_B + Q_{SB}}\exp\left(\frac{V_a}{V_T}\right)} \qquad (36)$$

Como as integrais $\quad -\int_x^B \frac{J_n}{q D_n n}dx \quad e \quad -\int_A^x \frac{J_p}{q D_p p}dx$

Representam, na prática, às quedas de tensão ôhmicas dentro de cada lado da junção, e em geral estes valores são muito menores do que V_T, podemos desprezá-las na equação (7).